动态刻棒方法在田湾 VVER 的应用研究

蔡云，赵文博，蒋朱敏，刘同先，李天涯,李庆

（中国核动力研究设计院核反应堆系统设计技术重点实验室，成都）

摘要：在物理试验中准确测量控制棒价值对于反应堆安全运行有着非常重要的意义。开展基于六角形几何的多群时空动力学计算方法研究，基于此，开展适用于六角形几何的先进动态刻棒方法研究。该方法适用范围广，测量精度高且测量过程快。利用田湾 VVER 动态刻棒试验数据对该方法进行了验证，结果表明基于该方法所测量的控制棒价值与理论值偏差在 10%以内，计算精度较高，且该方法计算时间较短，计算效率高。

关键字：动态刻棒；控制棒价值；六角形几何；中子时空动力学

中图分类号：TL323　　　**文献标志码**　A

Research on the application of dynamic rod worth measurement method to Tianwan VVER

Cai Yun, Zhao Wenbo, Jiang Zhumin, Liu Tongxian, Li Tianya, Li Qing

(Key Laboratory of Nuclear Reactor System Design Technology, China Nuclear Power Research and Design Institute, Chengdu, China)

Abstract: Accurate measurement of the control rod worth in physical tests is of great significance for the safe operation of the reactor. The research on the calculated method of multi-group space-time neutron kinetics based on hexagonal geometry was carried out, and the advanced dynamic rod worth measurement suitable for hexagonal geometry was studied. This method owns high accurate and fast, which has a wide range of applications. The results show that the deviation between the control rod worth measured by the method and the theoretical value is within 10%, which demonstrated that the calculation accuracy of this method is high. The results also show that the calculation time of the method is short, and the calculation efficiency is high.

Keywords: dynamic rod worth measurement method; control rod worth; hexagonal geometry; space-time neutron kinetics

0 引言

控制棒价值测量是核电厂、动力堆启动物理试验的一项重要内容，能很好的验证堆芯性能和设计预计值的一致性。动态刻棒方法[1-3]是一种快速的控制棒价值（以下简称棒价值）测量方法，它由西屋公司专家赵荣安博士提出。该方法最大的优点是在保证安全性的前提下每次缩短大修周期约 15 h。该方法目前已经在中、美、法等国普及。目前，动态刻棒研究主要集中在基于方形组件的堆

芯上，对六角形堆芯的应用还较少。

本文采用自主研发的 HEXNK 程序[4]进行试验过程的模拟，计算得到静态空间因子（SSF）和动态空间因子（DSF），并且在田湾 VVER 堆上完成了动态刻棒方法的控制棒价值测量试验。

1 动态刻棒原理

动态刻棒整个计算流程可分为三个步骤：静态空间因子修正、瞬态模拟插棒过程和点堆逆动态。静态空间因子是为了考虑控制棒棒位对组件功率分布和堆外探测器的影响。瞬态模拟插棒过程是为了求出插棒过程中探测器电流的变化。点堆逆动态是为了求解控制棒下插这个过程引入的反应性，称之为动态反应性。动态反应性不同于静态反应性，这是因为瞬态功率分布并不等同于静态功率分布，即使棒位一致。在实际的实验过程中，可以利用实验电流数据推出动态反应性。动态刻棒方法关键的过程为模拟瞬态插棒过程，精确地获得各个节块的功率变化。

1.1 静态空间因子修正

首先建立探测器的电流信号与堆芯三维功率分布的关系，如式（1）所示

$$R = C \times n \times \sum (W_k \times P_k \times V_k) \quad (1)$$

其中，R 为探测器信号，n 为堆芯功率，$\overline{P}$ 为节块归一化功率密度，W 为探测器响应因子，V 为节块体积，C 为常数，下标 k 为节块编号。

为了考虑不同棒位下功率分布的差异，定义 SSF 为静态空间修正因子（Static Spatial Factor）

$$SSF = \frac{\sum (W_k \times P_k \times V_k)}{\sum (W_k \times P_{k,ARO} \times V_k)} \quad (2)$$

其中 ARO 表示全提棒状态。

计算静态空间因子，得首先计算探测器响应因子，通常采用 MCNP 或者确定论屏蔽软件计算。然后用程序计算不同棒位下的功率分布，通过式（2）最终得到静态空间修正因子。注意，静态响应因子是棒组和棒位的函数。

1.2 动态空间修正因子

动态空间修正因子是逆动态计算得到的反应性与静态反应性的比值，即式（3）。

$$DSF = {r_{st}}/{r_{dyn}} \quad (3)$$

其中 r_{st} 为稳态反应性，r_{dyn} 为动态反应性。动态空间修正因子突出了稳态反应性与动态反应性的差异。

2 六角形多群时空动力学方程求解

2.1 六角形节块通量展开

基于扩散方程形式的中子固定源问题可以表示表示成如下方程：

$$-\nabla\cdot D_g(\mathbf{r},\mathrm{t_n})\nabla\Phi_g(\mathbf{r},\mathrm{t_n})+\Sigma_{tg}(\mathbf{r},\mathrm{t_n})\Phi_g(\mathbf{r},\mathrm{t_n})=S_g(\mathbf{r},\mathrm{t_n}) \tag{4}$$

每个节块在径向上都是六角形，且假定单个节块内的材料是均匀的。首先将节块通过线性映射变换为一个对边距为 2 厘米和高度为 2 厘米的参考节块，见图 1。映射由公式（5）表示：

$$\xi_x=\frac{x}{H/2},\xi_y=\frac{y}{H/2},\xi_z=\frac{z}{h_z/2} \tag{5}$$

式中 H, h_z 分别为原节块的对边距和轴向高度。

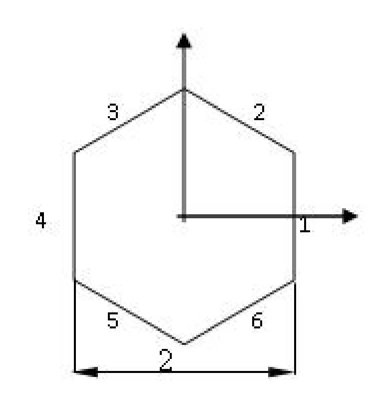


图1　二维参考六角形节块

Fig 1 two-dimensional hexagonal node for reference

原固定源问题（4）变换为

$$\begin{aligned}&-\frac{4}{H^2}D_g\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi_x{}^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_y{}^2}\right)\Phi_g(\xi,\mathrm{t_n})-\frac{4}{h_z{}^2}D_g\frac{\partial^2}{\partial\xi_z{}^2}\Phi_g(\xi,\mathrm{t_n})\\&+\Sigma_{tg}(\xi,\mathrm{t_n})\Phi_g(\xi,\mathrm{t_n})=S_g(\xi,\mathrm{t_n}),\ \xi=(\xi_x,\xi_y,\xi_z)\end{aligned} \tag{6}$$

将每群的中子通量分解为两个部分：齐次项和特殊项。齐次项 Φ_h 满足方程（6）的齐次形式，即右端源项为 0，并选取齐次方程的解形式为双曲余弦和双曲正弦函数。特殊项 Φ_p 用二阶正交多项式展开，并使得在某种意义下满足带源项的方程（6）。由于每个能群的通量表达式形式类似，为了简化起见，在下面的公式中如无特殊说明，将能群下标省略掉。这样，中子通量写成齐次项和特殊项的之和，见（7）。

$$\Phi = \Phi_h + \Phi_p = \sum_{k=1}^{N} \cosh(B_k u_k) a_k + \sum_{k=1}^{N} \sinh(B_k u_k) b_k + \sum_{i=1}^{8} w_i d_i \qquad (7)$$

a_k, b_k, d_i是待求的展开系数，N为齐次项的数目，w_i为正交多项式。

根据节块之间的耦合条件以及式（6）确定展开系数。当固定源求解结束后，再计算出先驱核浓度。

2.2 向后 Euler 法

中子时空动力学方程可写为如下形式

$$\frac{\partial}{v_g \partial t}\Phi_g(\mathbf{r},t) - \nabla \cdot D_g(\mathbf{r},\mathrm{t})\nabla\Phi_g(\mathbf{r},\mathrm{t}) + \Sigma_{tg}(\mathbf{r},\mathrm{t})\Phi_g(\mathbf{r},\mathrm{t})$$
$$= \sum_{h=1}^{G}\Sigma_{hg}(\mathbf{r},\mathrm{t})\Phi_h(\mathbf{r},\mathrm{t}) + \sum_{i=1}^{I}\chi_{dgi}\lambda_i C_i(\mathbf{r},\mathrm{t}) + (1-\beta)\chi_{pg}\sum_{h=1}^{G}\nu\Sigma_{fh}(\mathbf{r},\mathrm{t})\Phi_h(\mathbf{r},\mathrm{t}) \qquad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}C_i(\mathbf{r},\mathrm{t}) = \beta_i \sum_{h=1}^{G} \nu\Sigma_{fh}(\mathbf{r},\mathrm{t})\Phi_h(\mathbf{r},\mathrm{t}) - \lambda_i C_i(\mathbf{r},\mathrm{t}), i = 1,2,...,I \qquad (9)$$

将上述两个方程中的时间导数项采用向后差分近似：

$$\left.\frac{\partial\Phi_g(\mathbf{r},t)}{\partial t}\right|_{t_n} = \frac{\Phi_g(\mathbf{r},t_n) - \Phi_g(\mathbf{r},t_{n-1})}{\Delta t_n} \qquad (10)$$

$$\left.\frac{\partial C_i(\mathbf{r},t_n)}{\partial t}\right|_{t_n} = \frac{C_i(\mathbf{r},t_n) - C_i(\mathbf{r},t_{n-1})}{\Delta t_n} \qquad (11)$$

离散得到如下固定源形式的方程组，

$$-\nabla \cdot D_g(\mathbf{r},\mathrm{t_n})\nabla\Phi_g(\mathbf{r},\mathrm{t_n}) + \left(\frac{1}{v_g \Delta t_n} + \Sigma_{tg}(\mathbf{r},\mathrm{t_n})\right)\Phi_g(\mathbf{r},\mathrm{t_n}) = S_g^{eff}(\mathbf{r},\mathrm{t_n}) \qquad (12)$$

$$S_g^{eff}(\mathbf{r},\mathrm{t_n}) = \sum_{h=1}^{G}\Sigma_{hg}(\mathbf{r},\mathrm{t_n})\Phi_h(\mathbf{r},\mathrm{t_n}) + \overline{\chi}_g \sum_{h=1}^{G}\nu\Sigma_{fh}(\mathbf{r},\mathrm{t_n})\Phi_h(\mathbf{r},\mathrm{t_n})$$
$$+ \frac{1}{v_g \Delta t_n}\Phi_g(\mathbf{r},t_{n-1}) + \sum_{i=1}^{I}\chi_{dgi}\frac{\lambda_i}{1+\lambda_i \Delta t_n}C_i(\mathbf{r},t_{n-1})$$
$$\overline{\chi_g} = \sum_{i=1}^{I}\chi_{dgi}\frac{\beta_i \lambda_i \Delta t_n}{1+\lambda_i \Delta t_n} + (1-\beta)\chi_{pg} \qquad (13)$$

因此可以采用上述介绍的节块法求解。

2.3 向后微分公式

向后微分公式（BDF）是一类适合求解刚性问题的隐式线性多步法。隐式线性多步法一步的计算量通常和向后Euler法的计算量相当，但计算精度高于向后Euler法。本文考虑二阶BDF求解中子时空动力学方程。对于等步长情况，二阶BDF的计算公式由下式给出：

$$\frac{3}{2}y_{n+2}-2y_{n+1}+\frac{1}{2}y_n=\Delta t\cdot f_{n+2} \tag{14}$$

其中 f_{n+k} 是 $f(t_{n+k},y_{n+k})$ 的缩写， y_{n+k} 表示 $y(t_{n+k})$ 。

3 动态刻棒方法的验证

3.1 程序验证

该基准题是 VVER440 堆型的弹棒问题[5]。堆芯材料布置在水平上关于 x 轴对称，见图 2，轴向上的布置见图 3，其中图中编号为 1、2、3 是燃料组件，编号为 21、23、25、26 是控制棒组件。该算例模拟不带反馈不对称控制棒的弹出事故，弹出的控制棒价值大约是 0.7β 。在初始时刻，编号 23 和 25 的控制棒并没插入堆芯，而编号为 26 和 21 的控制棒插入堆芯，棒位见图 3。初始时刻编号 26 的控制棒快速弹出堆芯，且运动速度为 2500cm/s。在 1 秒后，堆芯紧急停堆，除了 26 号外的所有控制棒（包括 21 号控制棒）开始落入堆芯底部，且以恒定的速度 25cm/s 下落。整个瞬态过程持续 6 秒。

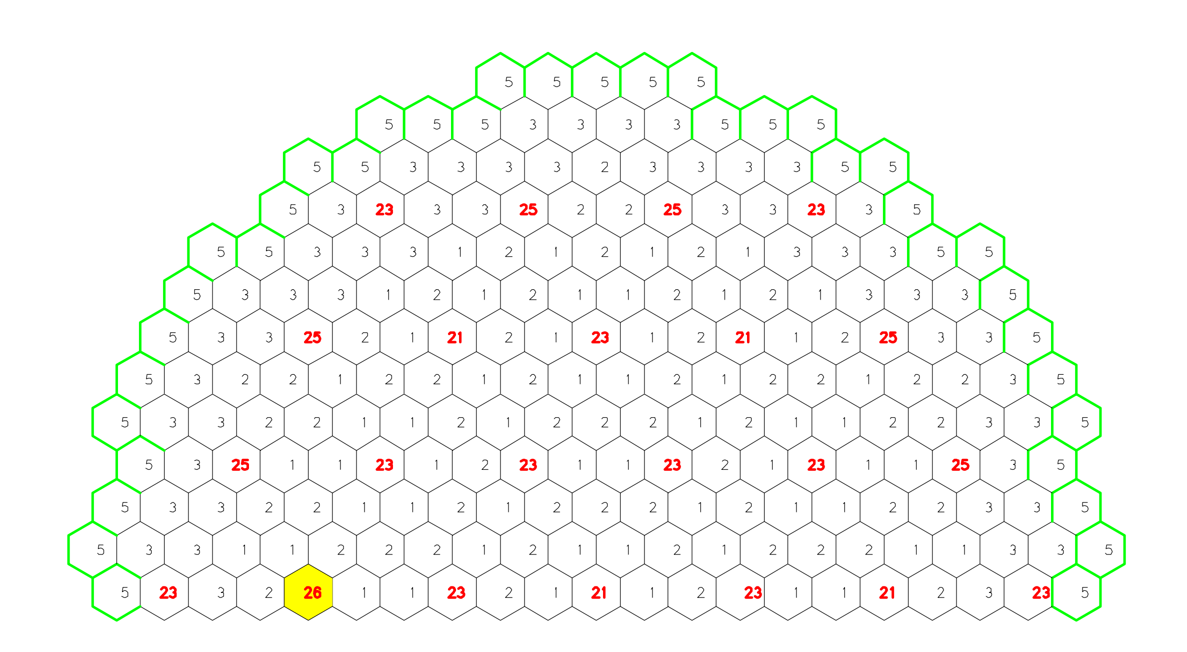


图2　上半平面的堆芯布置图

Fig 2 The half core layout in the horizontal plane

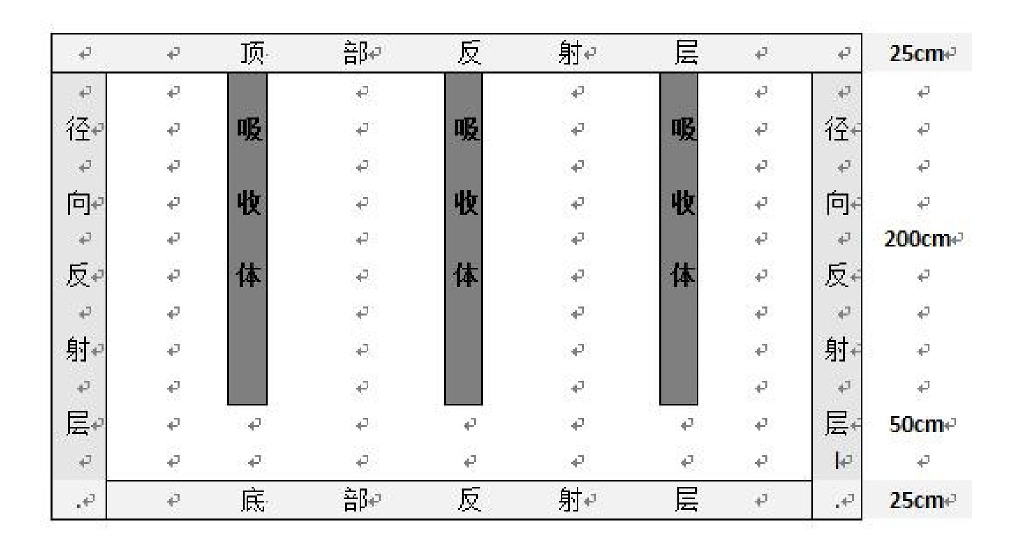


图3　堆芯在轴向上的布置

Fig 3 the core axial layout

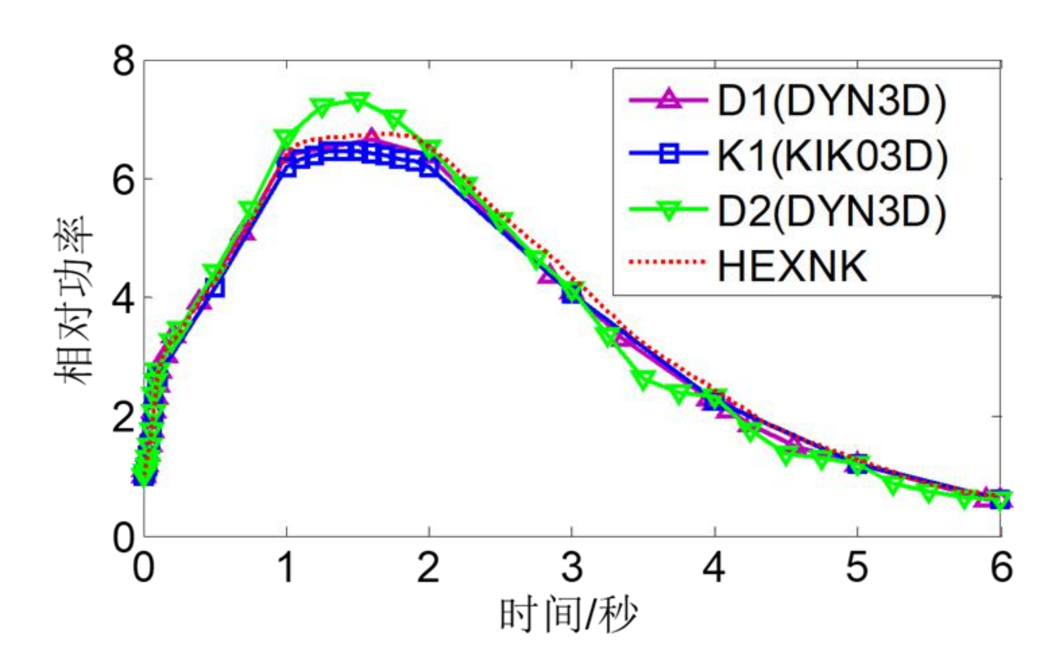


图 4 相对功率随时间的变化

Fig 4 relative power varies with time

3.2 田湾 VVER 动态刻棒验证

根据田湾 VVER 三个循环的实际电流数据，利用基于定步长的 BDF 动力学模拟得到的动态空间修正因子，再根据实测电流得到各棒组价值，实测棒价值与理论棒价值的相对偏差见表 1。从表 1

来看，最大棒组价值误差均不超过 10%，大部分棒组价值符合很好。

表 1　动态刻棒实测棒价值与理论棒价值的相对偏差

Table 1 Relative error between the measurement values and the theoretical values of the control rods

棒组	第十一循环	第十二循环	第十三循环
1	9.41%	6.2%	1.7%
2	-0.67%	5.5%	-1.4%
3	0.50%	-2.4%	-9.2%
4	-5.59%	2.0%	-7.4%
5	-5.09%	-2.2%	-7.0%
6	-3.43%	-1.3%	-4.2%
7	-3.48%	-3.0%	-4.1%
8	-1.42%	8.6%	-2.4%
9	0.95%	-1.3%	-2.2%
10	-3.2%	-4.7%	-4.0%

模拟 1 组棒下插整个瞬态过程，在个人 PC 机器上，平均花费 8 分钟。这样的计算效率允许整个动态刻棒模拟过程在一个较短的时间内完成。

4 结论

本研究给出了二阶向后微分公式计算和函数展开粗网节块法求解六角形多群中子时空动力学的理论，并将其与动态刻棒方法结合起来，开发了相应的动态刻棒程序。通过田湾 VVER 多个循环的动态刻棒试验数据表明基于所开发的动态刻棒程序计算结果得到的实测棒价值与理论棒价值的误差均小于 10%，表明该程序具备较高的计算精度。另外，该方法的计算效率较高，计算单组棒的动态修正因子时间约 8 分钟。

作者贡献声明 蔡云负责时空动力学模型构建和程序编写，数据分析整理与论文撰写；赵文博负责动态刻棒模型构建；蒋朱敏负责结果评价与修文修改；刘同先负责论文结果评价，并指导论文写作修改；李天涯负责论文的结果评价；李庆负责论文的审阅指导。

参考文献

[1] Chao Y A, Chapman D M, Hill D J, et al. Dynamic Rod Worth Measurement[J]. Nuclear Technology, 2000(132): 403-412.

[2]吴磊, 刘同先, 赵文博,等. 动态刻棒方法研究及其试验验证[J]. 核动力工程, 2015(02):13-16.

[3]彭思涛, 王一楠, 李文,等. 动态刻棒技术自主化初步研究[J]. 核动力工程, 2014(S2):218-220.

[4] Cai Y , Peng X , Li Q , et al. The numerical solution of space-dependent neutron kinetics equations in hexagonal-z geometry using backward differentiation formula with adaptive step size[J]. Annals of Nuclear Energy, 2019, 128(JUN.):203-208.

[5] Telbisz M, Keresztúri A. Results of a Three-Dimensional Hexagonal Kinetic Benchmark Problem: 3rd AER Symposium, Piestany, Slovakia, 1993[C].